



DST de :		MATHEMATIQUES EXPERTES		
		Date du DST :	Jeudi 3 octobre 2024	Durée de l'épreuve :
Nom du professeur :	Mme FAHLAUI		Groupe :	TOPTMATEX2
Matériel autorisé :	<ul style="list-style-type: none"> L'usage de la calculatrice est interdite pour cette épreuve. 			
Consignes particulières :	<ul style="list-style-type: none"> Mettre la copie dans la pochette, compléter l'annexe et ne pas rendre le sujet. Soigner la rédaction. 			

Exercice 1

Cet exercice se présente sous la forme de « **Questions à Choix Multiples** » auxquelles vous répondrez directement sur la pochette jointe à ce sujet (voir l'annexe page 3 de la pochette).

Pour chaque proposition, il convient d'entourer la ou les bonne(s) réponse(s).

Aucune justification n'est demandée.

Pour chaque question :

- Une réponse juste et complète rapporte un point.
- Une réponse fausse ou incomplète enlève un demi-point.
- Si le total est négatif, il est ramené à zéro.

Il est préféré une absence de réponse à une réponse inexacte.

Exercice 2

Soient x un réel et deux nombres complexes z_1 et z_2 définis par :

$$z_1 = x^2 + 1 + i(3x - 3)$$

$$z_2 = x^2 - 1 + i(x^2 - x)$$

1. Déterminer les éventuelles valeurs de x telles que $z_1 + z_2$ soit un imaginaire pur.
2. Déterminer les éventuelles valeurs de x telles que $z_1 + z_2$ soit un réel.

Exercice 3

Résoudre dans \mathbb{C} les équations suivantes :

1. (E₁) : $3z + 5 = (2 + 3i)z + 8 - 2i$
2. (E₂) : $-2z = z^3$

Exercice 4

On considère le complexe $j = -\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}$;

1. Calculer j^2 et j^3 , puis $1 + j + j^2$.
2. Montrer que pour tout entier naturel n ,

$$(1 + j)^{2n+1} = -j^{n+2}$$

3. Que vaut j^{2024} ?

Exercice 5

Montrer par récurrence que, pour tout entier naturel non nul, $4^n - 1 - 3n$ est divisible par 9.